

## EXERCICI 3. EFECTE TÚNEL

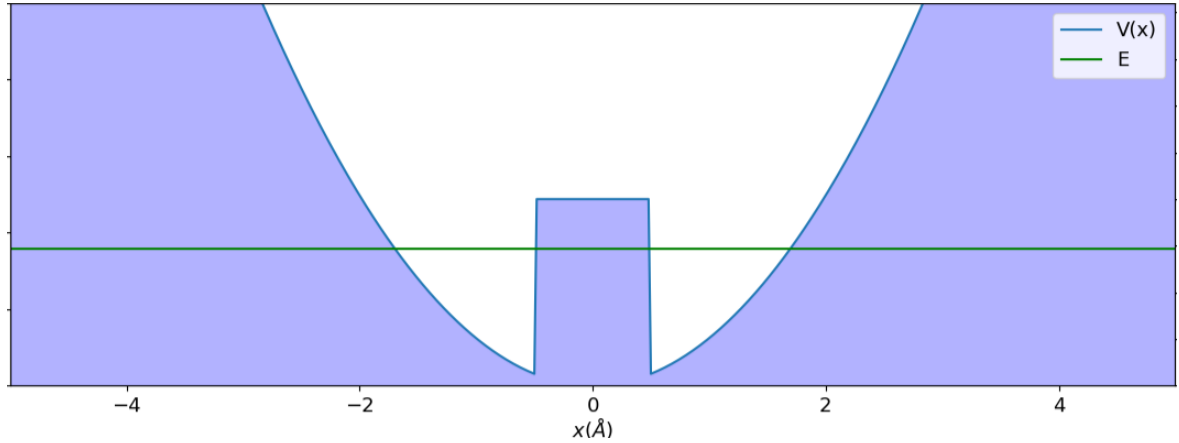
### *Recorda:*

**Funció d'ona:** La funció d'ona d'una partícula representa l'estat físic d'aquesta. Aquesta funció d'ona es dedueix en resoldre l'equació d'Schrödinger (presentada anteriorment) on apareix com  $\phi(x)$ . El mòdul al quadrat de la funció d'ona és la densitat de probabilitat de la posició de la partícula. És a dir, malgrat no puguem saber on es troba la partícula fins que no efectuem una mesura, sí que podem conèixer les probabilitats d'aparèixer en una certa posició d'aquesta partícula.

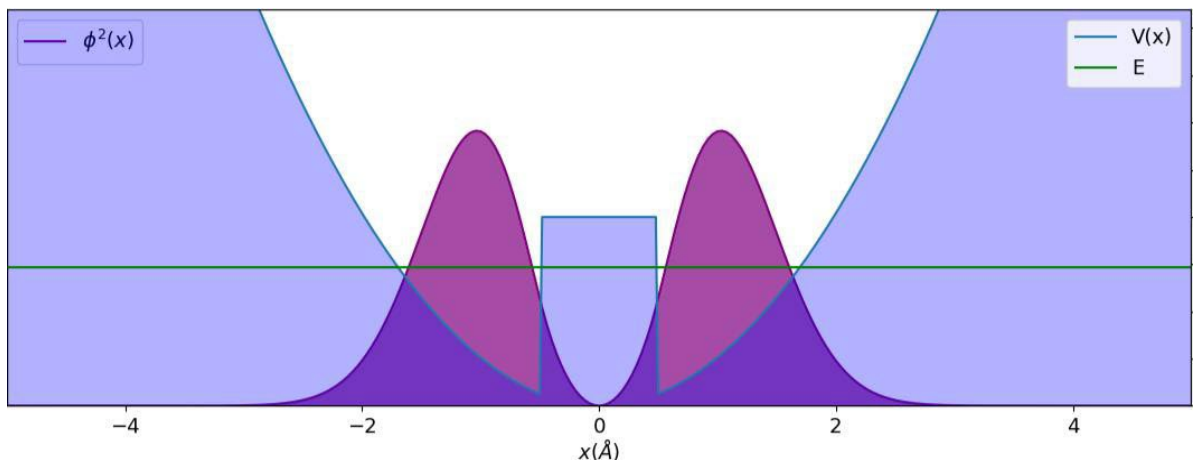
**Efecte túnel:** En física clàssica podem definir l'energia total d'una partícula com la suma de les energies cinètica i potencial. L'energia cinètica sempre és positiva ja que és proporcional a la massa i a la velocitat al quadrat. Per tant, quan ens trobem en una regió de l'espai on el potencial és major que l'energia total de la partícula diem que aquesta regió és una regió prohibida ja que l'energia cinètica hauria de ser negativa. En física quàntica però, això no sempre és així. L'efecte túnel fa que en algunes regions clàssicament prohibides la funció d'ona no sigui zero, és a dir, hi hagi probabilitat de que la partícula aparegui en aquella regió prohibida.

- a) **En presència del potencial gravitatori terrestre per a altures petites ( $V(h)=mgh$ ) llancem un canó de massa  $m$  verticalment amb energia cinètica inicial igual a  $K$ . Fins a quin alçada arribarà el canó? Si el canó es trobés per sobre d'aquesta alçada quin signe tindria l'energia cinètica? Doneu el resultat en funció de  $m$ ,  $g$  i  $K$ .**

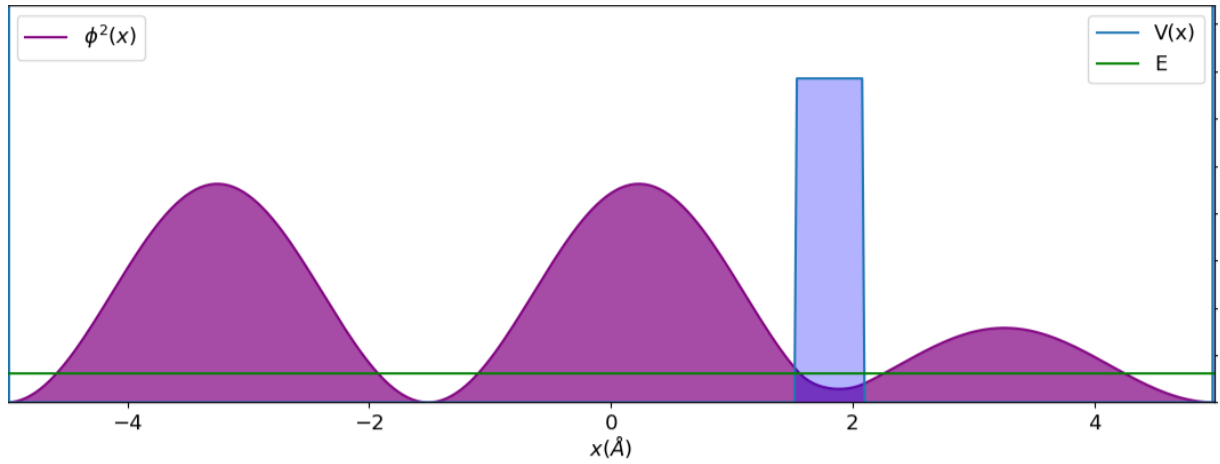
- b) Assenyala les zones clàssicament prohibides (zones on l'energia cinètica hauria de ser negativa) en la següent figura: (L'energia es representa en verd i el potencial en blau).



- c) Representem ara la funció d'ona al quadrat, és a dir, la densitat de probabilitat: hi ha probabilitat de trobar l'electró en les zones anteriorment marcades com a prohibides? En cas afirmatiu, és major o menor que la probabilitat en les zones permeses?



d) Què passa en el següent cas?



e) **AMPLIACIÓ:** Si realitzem una mesura i observem l'electró en una d'aquestes posicions clàssicament prohibides, quina energia cinètica tindrà? Serà negativa?

## EXERCICI 3. EFECTE TÚNEL *-SOLUCIONS*

### *Recorda:*

**Funció d'ona:** La funció d'ona d'una partícula representa l'estat físic d'aquesta. Aquesta funció d'ona es dedueix en resoldre l'equació d'Schrödinger (presentada anteriorment) on apareix com  $\phi(x)$ . El mòdul al quadrat de la funció d'ona és la densitat de probabilitat de la posició de la partícula. És a dir, malgrat no puguem saber on es troba la partícula fins que no efectuem una mesura, sí que podem conèixer les probabilitats d'aparèixer en una certa posició d'aquesta partícula.

**Efecte túnel:** En física clàssica podem definir l'energia total d'una partícula com la suma de les energies cinètica i potencial. L'energia cinètica sempre és positiva ja que és proporcional a la massa i a la velocitat al quadrat. Per tant, quan ens trobem en una regió de l'espai on el potencial és major que l'energia total de la partícula diem que aquesta regió és una regió prohibida ja que l'energia cinètica hauria de ser negativa. En física quàntica però, això no sempre és així. L'efecte túnel fa que en algunes regions clàssicament prohibides la funció d'ona no sigui zero, és a dir, hi hagi probabilitat de que la partícula aparegui en aquella regió prohibida.

- a) **En presència del potencial gravitatori terrestre per a altures petites (  $V(h)=mgh$  ) llancem un canó de massa  $m$  verticalment amb energia cinètica inicial igual a  $K_o$ . Fins a quin alçada arribarà el canó? Si el canó es trobés per sobre d'aquesta alçada quin signe tindria l'energia cinètica? Doneu el resultat en funció de  $m$ ,  $g$  i  $K_o$ .**

Com bé sabem l'energia total es conserva i sempre serà:

$$E = V + K$$

Inicialment el potencial és nul així doncs.

$$E = E_o = K_o$$

A mesura que augmenti l'alçada l'energia cinètica anirà disminuint fins a fer-se zero en el punt més alt. Així doncs:

$$E = V$$

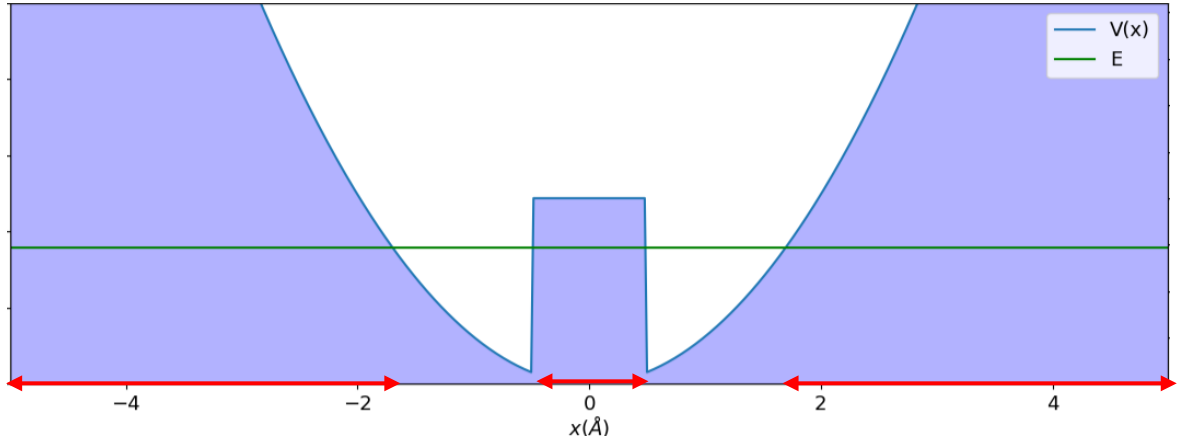
$$K_o = mgH$$

Així doncs l'alçada fins on arriba és:

$$H = \frac{K_o}{mg}$$

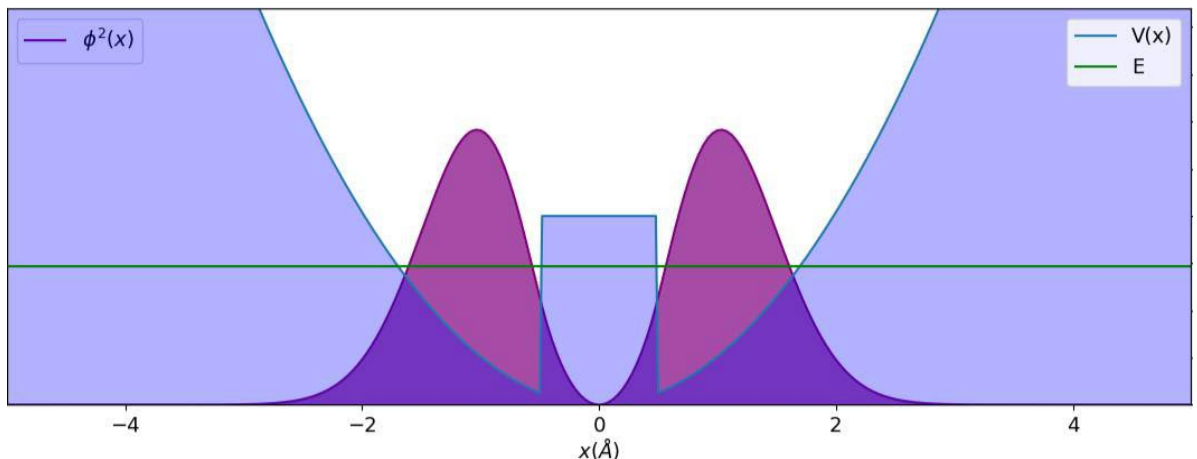
Si superéssim aquesta alçada el potencial seria major que l'energia total del canó, així doncs l'energia cinètica seria negativa: la regió de l'espai per sobre de  $H$  és una regió prohibida .

- b) Assenyala les zones clàssicament prohibides (zones on l'energia cinètica hauria de ser negativa) en la següent figura: (L'energia es representa en verd i el potencial en blau).



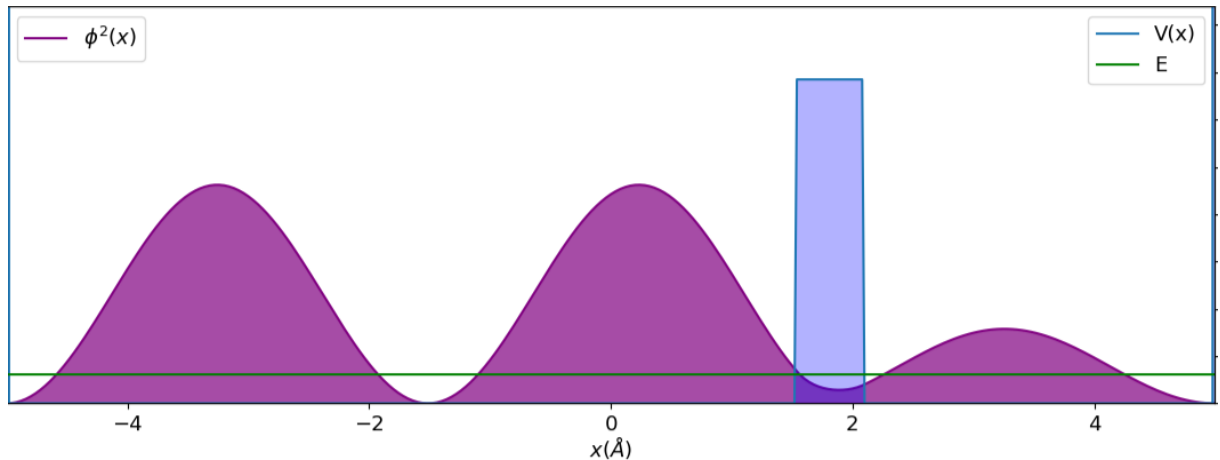
Son zones prohibies ja que el potencial és major que l'energia total, la cinètica hauria de ser negativa.

- c) Representem ara la funció d'ona al quadrat, és a dir, la densitat de probabilitat: hi ha probabilitat de trobar l'electró en les zones anteriorment marcades com a prohibides? En cas afirmatiu, és major o menor que la probabilitat en les zones permeses?



Sí, s'observa en les zones clàssicament prohibides que la probabilitat que aparegui l'electró no és nul·la. Aquesta probabilitat és menor que en les zones clàssicament permeses però mesurant uns quants cops podríem aconseguir un electró en una zona clàssicament prohibida sense massa dificultat.

d) Què passa en el següent cas?



En aquest exemple tenim una barrera de potencial molt més gran que l'energia disponible, clàssicament, és una barrera que no es pot penetrar. Observem però, que dins la mateixa barrera hi ha una certa probabilitat que l'electró aparegui i també tenim probabilitat als dos cantons de la barrera fet que fa que l'electró pugui superar aquesta barrera.

e) **AMPLIACIÓ:** Si realitzem una mesura i observem l'electró en una d'aquestes posicions clàssicament prohibides, quina energia cinètica tindrà? Serà negativa?

En física quàntica no té sentit parlar de posició i velocitat a la vegada. El principi d'incertesa de Heisenberg ens diu que no podem conèixer a la vegada i amb certesa la posició i velocitat d'un electró. Per tant, quan mesurem un electró i aquest apareix en una zona prohibida en coneixem la posició, però no té sentit preguntar-nos quina velocitat té ja que no la podem conèixer.